



**UNIVERSITAT DE LLEIDA
FACULTAT DE DRET I ECONOMIA**

PLA 1993

ENSENYAMENT: CIÈNCIES EMPRESARIALS

ASSIGNATURA: Ampliació de Matemàtiques (codi 3001)

PROFESSOR/A: Lluís M. Pla Aragonés

CRÈDITS: 6

TIPUS: Optativa

**CURS: 1r/2n/3r
QUADRIMESTRE: 1r**

OBJECTIUS I DESCRIPCIÓ

L'objectiu d'aquesta assignatura és el d'aprofundir en alguns dels temes plantejats en l'assignatura de Matemàtiques de primer curs i que pel seu contingut tenen una especial incidència en els estudis de ciències empresarials.

En aquest sentit, el curs s'estructura en cinc blocs temàtics. El primer, es dedicat a l'aprofundiment d'alguns temes d'Àlgebra Lineal tal com les aplicacions lineals i les formes quadràtiques.

Els tres blocs següents tracten temes d'Anàlisi de Funcions Reals de Varies Variables, fent una especial incidència, per la seva importància en temes empresarials, en la optimització de les funcions de varies variables, tant en el cas en que no hi ha restriccions com en el cas en que n'hi hagi i aquestes siguin d'igualtat o de desigualtat. D'aquesta manera s'obté una visió global de l'anomenada "programació diferenciable", és a dir d'aquells problemes d'optimització en els que tant la funció objectiu com les restriccions són de classe C^2 . També es posa de manifest la importància de la convexitat en les condicions d'optimalitat.

El darrer bloc fa referència als Mètodes d'anàlisi Dinàmica aplicats a la economia, i en ell s'introdueixen les equacions diferencials i les equacions en diferències finites, de gran aplicació en certs models de dinàmica econòmica.

Totes aquestes qüestions son d'un gran interès en el món de l'economia i de l'empresa. Es per això que, a l'hora que es pretén una presentació rigorosa dels continguts, des del punt de vista matemàtic, es fa també un èmfasi especial en la seva aplicació pràctica.

PROGRAMA

1. ÀLGEBRA LINEAL

1.1. Aplicacions Lineals i Bilineals

Aplicacions lineals. Definició, exemples i propietats.
Nucli i imatge d'una aplicació lineal.
Matriu associada a una aplicació lineal. Canvis de base.
Diagonalització d'endomorfismes. Canvis de base
Aplicacions i formes bilineals. Definició, exemples i propietats.
Matriu associada a una forma bilineal. Canvi de base.

1.2. Formes Quadràtiques

Definició, exemples i propietats.
Matriu associada a una forma quadràtica.
Reducció de formes quadràtiques.
Expressió canònica d'una forma quadràtica.
Classificació de les formes quadràtiques.
Formes quadràtiques restringides. Caracterització.

2. FUNCIONS REALS DE VARIES VARIABLES REALS

2.1. Introducció

Introducció a la topologia de \mathbb{R}^n
Funcions reals de varies variables: Concepte, Domini i Recorregut.
Representació gràfica i corbes de nivell.
Conjunts convexos i funcions convexes i còncaves.

2.2. Límit i Continuitat

Concepte de límit. Unicitat.
Càlcul de límits. Límits iterats i límits direccionals. Canvis de variable.
Propietats del càlcul de límits.
Continuitat d'una funció en un punt. Condició necessària i suficient.

2.3. Diferenciabilitat

Derivades direccionals i derivades parcials. Vector gradient.
Corbes de nivell i vector gradient.
Derivades parcials successives. Teorema de Schwatz. Matriu hessiana.
Diferencial d'una funció en un punt. Propietats.
Diferencials successives.
Regla de la cadena.
Funcions de classe C^p . Relació entre diferenciabilitat i derivabilitat.
Pla tangent i recta normal a una superfície en un punt.
Aproximació de funcions. Fòrmula de Taylor en varies variables.
Caracterització de les funcions convexes i còncaves.

2.4. Aplicacions Econòmiques del Càlcul Diferencial

Funcions Homogènies. Teorema d'Euler. Aplicacions a la economia.
Funcions de vanes variables en economia. Funcions d'utilitat, producció etc.

3. OPTIMITZACIÓ DE FUNCIONS DE VARIES VARIABLES

3.1. Plantejament General del Problema de l'Optimització

Introducció. Formulació general d'un programa matemàtic. Extrems locals i globals. Teorema de Weierstrass. Aspectes geomètrics dels programes matemàtics: Corbes de nivell de la funció objectiu. El conjunt de les sol·lucions factibles. Sol·lucions òptimes. Tipus de programes matemàtics.

3.2. Optimització Sense Restriccions

Plantejament general del problema.
Extrems relatius. Condicions necessàries de primer i segon ordre.
Condicions suficients per als extrems relatius.
Condicions d'optimalitat en programes convexos.
Aplicacions econòmiques.

3.3. Optimització amb Restriccions d'igualtat

Introducció. Restriccions i extrems condicionats.
Extrems relatius condicionats. Condició necessària. El mètode dels multiplicadors de Lagrange.
Condició suficient per als extrems relatius condicionats.
Anàlisi de la sensibilitat. Interpretació econòmica dels multiplicadors de Lagrange.
Condicions d'optimalitat en programes convexos.
Transformació d'un problema d'optimització amb restriccions d'igualtat en un problema d'optimització sense restriccions.

3.4. Optimització amb Restriccions de Desigualtat

Introducció.
Condicions necessàries d'optimalitat. Condicions de Kuhn-Tucker.
Aplicacions pràctiques de les condicions de Kuhn-Tucker.
Condició suficient d'optimalitat en programes convexos.
Anàlisi de sensibilitat. Interpretació dels multiplicadors de Kuhn-Tucker.

4. INTEGRACIÓ A \mathbb{R}^n

4.1. Integrals Dobles

Concepte d'integral doble.
Càlcul d'integrals dobles mitjançant integrals iterades.
Càlcul d'àrees i volums.

4.2. Integrals Múltiples

El mètode de canvi de variable en integrals múltiples.
Coordenades polars i Jacobians.
Àrea d'una superfície.
Integrals triples i les seves aplicacions.

SOFTWARE

El suport informàtic es imprescindible per qualsevol disciplina que requereixi un determinat potencial de càlcul. En aquest sentit, pel que fa a les matemàtiques, no solament és útil com a complement del curs sinó, sobretot, com a eina per poder aplicar els conceptes i els models de la matemàtica als problemes reals.

Es aconsellable el coneixement d'un Full de Càlcul i, sobretot d'un paquet matemàtic general com poden ser l'EXCEL i el DERIVE.

BIBLIOGRAFIA TEMÀTICA ÀLGEBRA LINEAL

Aisina, M.- Miret, J.M.- Río, A. (1991) *Càlcul i Àlgebra. Resums i Problemes (amb sol·lucions)*.

Lora Espinosa, E.- Pérez Garzón, J.L. (1991) *Curso de Matemática Empresarial, Operaciones Financieras y Optimización*. Pirámide.

Muñoz, F. i altres. (1988) *Manual de Àlgebra Lineal*. Ariel Economía.

Rojo, J.- Martín, J. (1994) *Ejercicios y Problemas de Àlgebra Lineal*. Mc. Graw-Hill.

Rorres, CEL- Antón, H. (1979) *Aplicaciones de Àlgebra Lineal*. Limusa.

Samame, O. i altres. (1989) *Matemáticas 1. Economía y Empresa Teoría*. Centro de Estudios Ramón Areces.